SÉRIE A, N° 2210
N° D'ORDRE : 3081

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice FRANÇON

1re THÈSE. — **Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique.**

2e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 9 mars 1945, devant la Commission d'examen.

MM. Ch. FABRY, *Président.*
F. CROZE, A. ARNULF } *Examinateurs.*

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*
3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres
PARIS (15e)
1948

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

Nom du Candidat : **FRANÇON.**

Prénom : **Maurice.**

Date de la soutenance : 9 mars 1945.

Numéro d'ordre : Série A, 2210, N° 3081.

1

FRANÇON (Maurice). — Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique. — *Paris*, Ed. de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945, in-8°, 40 p., 31 fig.

(*Th. Sc. Phys. Paris, 1948. Sér. A. 2210. N° 3081*).

2

FRANÇON (Maurice). — Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique. — *Paris*, Ed. de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945, in-8°, 40 p., 31 fig.

(*Th. Sc. Phys. Paris, 1948. Sér. A. 2210. N° 3081*).

3

FRANÇON (Maurice). — Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique. — *Paris*, Ed. de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945, in-8°, 40 p., 31 fig.

(*Th. Sc. Phys. Paris, 1948. Sér. A. 2210. N° 3081*).

4

FRANÇON (Maurice). — Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique. — *Paris*, Ed. de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945, in-8°, 40 p. 31 fig.

(*Th. Sc. Phys. Paris, 1948. Sér. A. 2210. N° 3081*).

SÉRIE A, N° 2210
N° D'ORDRE : 3081

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice FRANÇON

1re THÈSE. — **Vision dans un instrument entaché d'aberration sphérique.**

2e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 9 mars 1945, devant la Commission d'examen.

MM. Ch. FABRY, *Président.*
F. CROZE, A. ARNULF } *Examinateurs.*

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*
3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres
PARIS (15e)
1948

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen . . . . . M. PAUL MONTEL

PROFESSEURS

Charles PEREZ	T	Zoologie.
Paul MONTEL	T	Théorie des fonctions.
L. BLARINGHEM	T	Botanique.
G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
C. MAUGUIN	T	Minéralogie.
A. MICHEL-LÉVY	T	Pétrographie.
A. DENJOY	T	Géométrie supérieure.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
E. BLOCH	T	Physique.
G. BRUHAT	T	Physique.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.
A. DEBIERNE	T	Electronique et Radioactivité.
L. DUNOYER	T	Chimie physique.
M. JAVILLIER	T	Chimie biologique.
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.
Henri VILLAT	T	Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB	T	Géologie.
P. PASCAL	T	Chimie générale.
M. FRÉCHET	T	Calcul des Probabilités et Physique mathématique.
E. ESCLANGON	T	Astronomie.
Mme RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.
H. BÉGHIN	T	Mécanique physique et expérimentale.
FOCH	T	Mécanique expérimentale des fluides.
PAUTHENIER	T	Electrotechnique générale.
De BROGLIE	T	Théories physiques.
CHRÉTIEN		Optique appliquée.
JOB	T	Chimie générale.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.
VILLEY	T	Mécanique appliquée.
COMBES	T	Physiologie végétale.
GARNIER	T	Application de l'analyse à la géométrie.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.
HACKSPILL	T	Chimie minérale.
LAUGIER	T	Physiologie générale.
TOUSSAINT		Technique Aéronautique.
M. CURIE		Physique (P. C. B.).
G. RIBAUD	T	Hautes températures.
CHAZY	T	Mécanique analytique.
GAULT	T	Chimie (P.C.B.).
CROZE	T	Physique théorique et Physique céleste.
DUPONT	T	Théories chimiques.
LANQUINE	T	Géologie structurale et géologie appliquée.
VALIRON	T	Calcul différentiel et calcul intégral.
BARRABÉ		Géologie structurale et géologie appliquée.
F. PERRIN		Théories physiques.
VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.
G. DARMOIS	T	Mathématiques générales.
CHATTON	T	Biologie maritime.
AUBEL		Chimie biologique.
J. BOURCART		Géographie physique et Géologie dynamique.
Mme JOLIOT-CURIE		Physique générale et Radioactivité.
PLANTEFOL	T	Botanique.
CABANNES	T	Recherches physiques.
GRASSÉ	T	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
PRÉVOST		Chimie organique.
BOULIGAND		Mathématiques.
CHAUDRON		Chimie
WYART		Minéralogie.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.
P. AUGER	T	Physique.
MONNIER		Physiologie générale.
PIVETEAU		Géologie.
ROCARD		Physique.
H. CARTAN		Calcul différentiel.
SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.
LAFFITTE		Chimie (P. C. B.).
LERAY		Mécanique théorique des fluides.
FAVART		Calcul des probabilités et physique-mathématique.
COULOMB	T	Physique du globe.
Mlle COUSIN		Biologie animale (P. C. B.).
CHRÉTIEN		Analyse et mesures chimiques.
DRACH		Evolution des êtres organisés.

Secrétaire . . . . . Ch. MONIER.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

A MES MAITRES

CHARLES FABRY
Membre de l'Institut
Directeur Général de l'Institut d'Optique

ALBERT ARNULF
Maître de Conférences
à la Faculté des Sciences de Paris

Avec ma profonde reconnaissance.

A MES PARENTS

A MA FEMME

VISION DANS UN INSTRUMENT ENTACHÉ D'ABERRATION SPHÉRIQUE

par Maurice FRANÇON

Assistant à la Sorbonne
Chargé de cours à l'Institut d'Optique

SOMMAIRE. — *Lorsque l'œil observe un objet au moyen d'un instrument parfait (lunette astronomique par exemple), sa limite de séparation dans le champ image instrumental est la même que celle de l'œil nu, les mesures étant effectuées dans les deux cas avec le même diamètre pupillaire.*

Si l'instrument est imparfait, la limite de séparation dans le champ image instrumental augmente. Le problème qui se pose est alors de connaître la limite à attribuer aux défauts de l'instrument pour ne pas avoir une trop grande augmentation de la limite de séparation.

Parmi tous les défauts que l'on peut avoir à considérer nous n'avons fait intervenir que l'aberration sphérique.

Si l'instrument étudié est utilisé avec une pupille de sortie de 0,8 mm environ, la correction de l'aberration sphérique doit être poussée très loin pour avoir une bonne vision des objets faiblement contrastés. On peut tolérer une correction moins sévère si l'instrument doit être utilisé avec une pupille de sortie de l'ordre de 4 à 5 mm.

PREMIÈRE PARTIE

RÔLE DE LA PUPILLE DANS LA VISION INSTRUMENTALE

CHAPITRE I

Limite de séparation visuelle en fonction du diamètre pupillaire.

Les propriétés de l'œil intervenant d'une façon fondamentale dans ce problème, nous allons d'abord rappeler brièvement quelques-uns des résultats obtenus par Mr Arnulf dans « La Vision dans les instruments ».

Dans tout ce qui suit nous appelons œil parfait, un œil ayant un système optique dénué de toute aberration, dont la rétine est supposée avoir un grain infiniment fin et n'intervenant que par son minimum de contraste perceptible.

Nous appelons œil réel imparfait, un œil ayant un système optique rigoureusement parfait du point de vue des aberrations, mais pour lequel on fait intervenir la structure discontinue de la rétine.

Le test adopté dans « La Vision dans les instruments » aussi bien que dans cette étude est la mire de Foucault. Elle est constituée par un ensemble de traits parallèles alternativement clairs et sombres, les traits clairs ayant une largeur et une longueur égales à celles des traits sombres.

Soit s la limite de séparation de l'œil sur mire de Foucault, c'est-à-dire la distance angulaire d'axe en axe de deux traits consécutifs de même espèce au moment où les traits ne se distinguent plus ; soit ω le diamètre de la pupille.

Si l'œil était un instrument parfait, c'est-à-dire si son pouvoir de résolution était uniquement limité par les phénomènes de diffraction et par une seule donnée d'ordre physiologique, en l'espèce le minimum de contraste perceptible, on aurait (K étant une constante) :

$$s = \frac{K\lambda}{\omega},$$

donc

$$s\omega = \text{Cte}. \tag{1}$$

En portant s en ordonnée et ω en abscisse, on devrait trouver une hyperbole (fig. 1, trait en pointillé). Si on étudie les courbes de « La Vision dans les instruments », on constate qu'il n'en est rien.

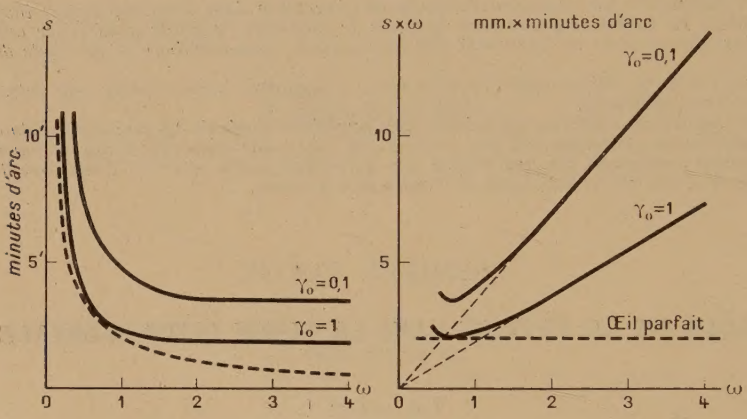

Fig. 1.

En effet la coïncidence entre la courbe de l'œil réel et la courbe de l'œil parfait $s\omega = \text{Cte}$ n'a lieu que pour des pupilles faibles, comprises entre 0,5 et 0,9 mm, et pour des brillances de l'objet bien déterminées, de 0,05 à 3 stilbs. En dehors de ces limites, l'œil est un instrument imparfait. De l'examen de ces mêmes courbes il ressort que pour des brillances de l'objet voisines de 0,1 stilb, la limite de séparation de l'œil reste très sensiblement constante à partir d'une pupille de 2 mm environ.

Ce résultat peut s'expliquer en calculant en lumière monochromatique la répartition des intensités dans l'image rétinienne d'un point à l'infini pour différentes pupilles. On constate alors que la répartition des intensités est à peu près la répartition théorique du disque d'Airy, pourvu que le diamètre pupillaire soit inférieur à 5 mm environ, car l'aberration sphérique de l'œil est faible (voir chapitre 7, fig. 31). D'autre part l'effet Stiles et Crawford intervient dans un sens favorable en diminuant l'efficacité des rayons marginaux. Pour une petite pupille, la tache de diffraction est très étalée et fait intervenir un grand nombre d'éléments rétiniens, ce qui rend négligeable l'influence de la structure rétinienne. Au contraire,

si la pupille augmente, le diamètre de la tache de diffraction diminue (proportionnellement à l'inverse du diamètre pupillaire) et cette diminution a pour conséquence d'intéresser un nombre de moins en moins grand d'éléments rétiniens; la structure discontinue de la rétine alors intervient, et l'œil ne peut plus être considéré comme parfait.

On doit donc s'attendre à ce que l'effet des aberrations instrumentales sur la vision soit d'autant plus faible que la pupille sera plus grande, et par suite l'efficacité d'un instrument imparfait (rapport de la limite de séparation de l'œil nu à la limite de séparation de l'œil observant dans l'instrument) sera fonction du diamètre de sa pupille, celle-ci étant naturellement supposée entièrement utilisée par l'œil.

Nous avons vérifié cette propriété par des expériences exposées au chapitre suivant : on a étudié l'efficacité d'un instrument aberrant en fonction de la pupille de sortie pour des brillances supérieures ou égales à 10^{-3} stilb, ce qui permet d'admettre (fig. 1) que la limite de séparation de l'œil est à peu près constante à partir d'une pupille de 2 mm environ.

Chapitre II

Variation de l'efficacité d'un instrument aberrant en fonction du diamètre de l'anneau oculaire.

Brillance $\geqslant 10^{-3}$ stilb
(lumière blanche).

On considère un instrument composé de la façon suivante :

1) un objectif possédant de l'aberration sphérique ;

2) des oculaires qui seront successivement associés à l'objectif de façon à pouvoir obtenir divers grossissements, c'est-à-dire divers diamètres de l'anneau oculaire. Ces oculaires seront supposés avoir des aberrations négligeables devant celles de l'objectif.

En faisant varier le grossissement, les valeurs du diamètre de l'anneau oculaire pourront osciller entre 0,5 et 6 mm environ ; par conséquent, pour être certain d'utiliser toute la surface de l'anneau oculaire, donc de ne pas diaphragmer l'objectif, il y aura intérêt à se placer dans des conditions telles que le diamètre de la pupille puisse atteindre les plus grandes valeurs possibles.

On obtiendra ce résultat si le flux tombant sur la pupille est faible, c'est-à-dire si le champ éclairé est vu par l'observateur sous un petit angle.

§ 1) Cas de l'œil parfait.

Du moment que l'oculaire est assez puissant pour que l'objectif travaille par toute sa surface, la limite de séparation de l'œil observant dans le champ image de

l'instrument est la même que celle de l'œil seul avec une pupille égale au diamètre de l'anneau oculaire, si l'instrument est parfait.

S étant la limite de séparation rapportée à l'espace objet, de l'œil observant dans le champ image instrumental, G le grossissement et s la limite de séparation de l'œil nu avec une pupille ω égale au diamètre de l'anneau oculaire de l'instrument, l'efficacité sera :

$$E = \frac{s}{SG} = \frac{s}{s} = 1.$$

Par contre si l'instrument est imparfait, la limite de séparation rapportée à l'espace objet de l'œil observant dans le champ image de l'instrument sera $S_i > S$.

$2\,H_M$ étant le diamètre de l'objectif, l'efficacité sera alors :

$$E = \frac{s}{S_i G} = \frac{s\omega}{2S_i H_M} = \frac{K}{2S_i H_M} = \text{Cte} < 1,$$

car S_i, étant fixé par les défauts de l'instrument, est constant quel que soit le grossissement.

Si l'œil est parfait et qu'on lui associe un instrument imparfait, l'efficacité reste constante quel que soit ω.

§ 2) Cas de l'œil imparfait.

D'après la définition donnée précédemment, l'œil imparfait est un œil dont l'optique est supposée parfaite et dont les défauts proviennent uniquement de la structure discontinue de la rétine.

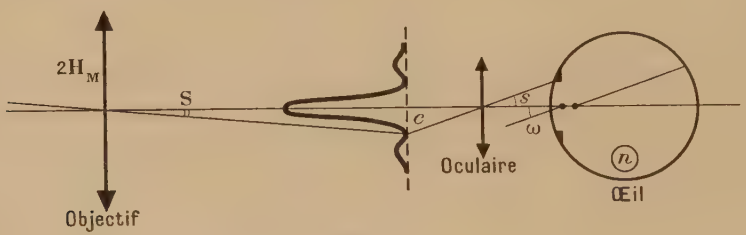

Fig. 2.

Supposons l'œil placé derrière un instrument parfait dont la pupille de sortie est ω (diamètre utile de la pupille de l'œil), le rayon angulaire du premier anneau noir de la tache de diffraction dans le plan focal de l'objectif parfait est (fig. 2) :

$$S = \frac{1{,}22\,\lambda}{2\,H_M}, \qquad (2)$$

$2\,H_M$ étant le diamètre de l'objectif, d'où, après traversée de l'oculaire :

$$s = SG = \frac{1{,}22\,\lambda}{2\,H_M}\,\frac{2\,H_M}{\omega} = \frac{1{,}22\,\lambda}{\omega},$$

G étant le grossissement de l'instrument. Si l'œil était nu, avec une pupille ω, le rayon angulaire du premier anneau noir aurait pour diamètre dans l'espace objet :

$$\frac{1{,}22\,\lambda}{\omega}.$$

L'intervention de l'instrument parfait ne modifie évidemment pas le rayon de la tache de diffraction, qui est le même que si l'œil était nu et diaphragmé à la valeur ω.

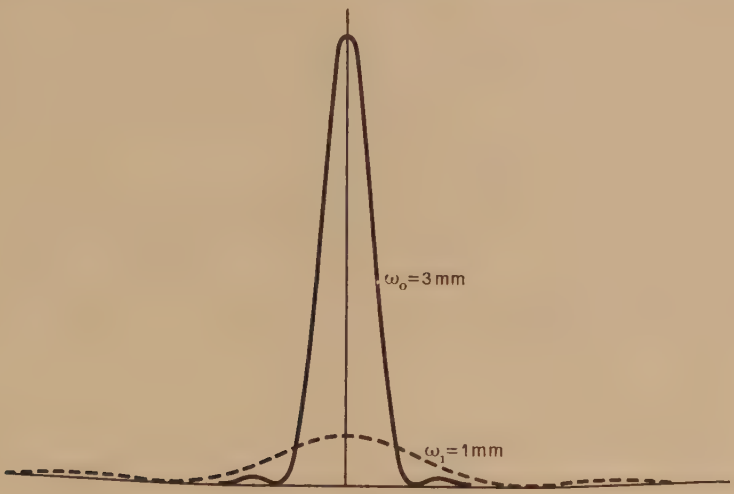

Fig. 3.

Considérons le cas d'une pupille de sortie $\omega_0 = 1$ mm. Si on observe un point lumineux objet éloigné en lumière monochromatique (ce point lumineux peut être un point d'une mire objet), la répartition des éclairements est celle du disque d'Airy si l'instrument est parfait. En portant en ordonnées les intensités lumineuses et en abscisses les positions sur la rétine (fig. 3), on obtient la courbe en traits interrompus.

Diminuons le grossissement de l'instrument de façon à avoir une pupille de sortie $\omega_1 = 3$ mm : l'image du point sera encore le disque d'Airy, mais par rapport à l'image précédente, les abscisses seront multipliées par ω_0/ω_1, et les ordonnées par $(\omega_1/\omega_0)^2$, car le flux qui entre dans l'œil est toujours le même puisque l'objectif est utilisé dans les deux cas avec la même ouverture. Sur la figure 3, nous obtenons la courbe en trait plein, l'image s'améliore considérablement, sans qu'il résulte pour cela aucune amélioration de la limite de séparation de l'œil observant dans l'instrument.

Supposons que dans le cas où la pupille de sortie est $\omega_0 = 1$ mm nous introduisions un défaut de mise au point tel que la différence de phase pour le centre de l'image, entre les rayons diffractés par le bord et le centre de l'onde, soit $\pi/2$. Si l'on admet la règle de Lord Rayleigh, rien ne sera changé pratiquement pour la

limite de séparation de l'œil lorsqu'on passera de la vision à l'œil nu à la vision instrumentale et nous trouverons encore une efficacité égale à 1.

On est alors naturellement conduit à penser que le défaut de mise au point tolérable pourra être plus grand dans le cas de la pupille $\omega_1 = 3$ mm que dans le cas de la pupille $\omega_0 = 1$ mm, puisque l'œil est incapable d'utiliser l'amélioration constatée de l'image pour la pupille ω_1, et par conséquent il sera possible de compenser cette amélioration par un défaut de mise au point plus grand sans qu'il en résulte aucune augmentation de la limite de séparation de l'œil observant dans le champ de l'instrument.

Remarque I : Le fait de modifier le grossissement, c'est-à-dire de changer la longueur focale de l'oculaire, ne change pas la tolérance de mise au point supplémentaire due à l'oculaire lui-même, puisque, quelle que soit sa longueur focale, il travaille avec la même ouverture que l'objectif.

Remarque II : Ce que l'on vient de dire en se plaçant dans le cas d'un instrument parfait et en considérant des défauts de mise au point, s'applique de même au cas d'un instrument aberrant : on doit s'attendre à ce que les aberrations que l'on peut tolérer à un instrument soient d'autant plus grandes que la pupille de sortie avec laquelle il doit être utilisé sera plus importante.

§ 3) Etude expérimentale de la variation de l'efficacité en fonction du diamètre pupillaire.

On utilise comme objectif une lentille plan-convexe tournée dans le mauvais sens, face plane du côté des rayons incidents parallèles.

Diamètre de l'objectif	21 mm
Longueur focale	148 mm

On associe à cet objectif divers oculaires de façon à obtenir des pupilles allant de 0,5 à 5 mm (pour les pupilles très petites, on a utilisé des objectifs de microscope).

Les limites de séparation sont mesurées sur des mires de Foucault de contraste $\gamma_0 = 1$.

La pupille de l'œil est toujours plus grande que la pupille de sortie de l'instrument, l'objectif travaille donc toujours avec sa pleine ouverture, quel que soit le grossissement.

Les résultats sont représentés par les courbes de la figure 4 sur laquelle on a porté en ordonnées l'efficacité et en abscisses les diamètres de la pupille.

Courbe 1 : mise au point laissée libre à l'observateur.

Courbe 2 : par rapport à la mise au point précédente, on rapproche très légèrement l'oculaire vers le foyer marginal.

On voit donc l'effet très important des défauts de l'œil ; si celui-ci avait été parfait, on aurait trouvé une droite parallèle à l'axe des abscisses. Il n'en est rien ;

dès que la pupille s'agrandit, les aberrations instrumentales diminuent en importance devant les défauts de la structure rétinienne.

Pour la mise au point correspondant à la courbe 2, on voit que l'efficacité est égale à 1 pour une pupille de 3 mm environ ; malgré ses défauts, l'instrument peut être considéré comme parfait ; l'aberration est donc tolérable pour un diamètre pupillaire de 3 mm et pour la mise au point considérée. D'où les conséquences suivantes :

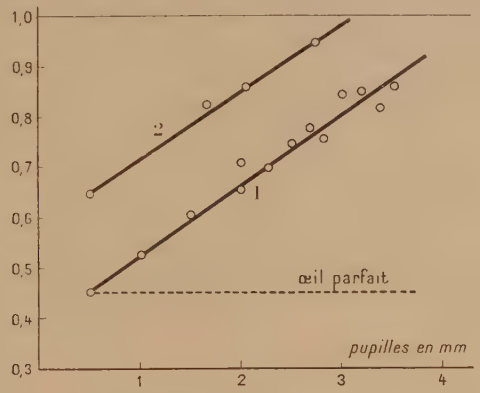

FIG. 4.

Efficacité $E = \frac{S\omega}{2\,SH_M}$ en fonction du diamètre de la pupille de sortie.
Brillance de la mire : 10^{-2} stilb.
Lumière blanche, contraste $\gamma_0 = 1$.

1) pour une aberration déterminée et pour une pupille de sortie déterminée, l'efficacité est fonction de la mise au point ;

2) pour une aberration déterminée, l'efficacité est fonction du diamètre de la pupille de sortie, celle-ci conditionnant les défauts provenant de la structure rétinienne. Il paraît donc utile de préciser tout d'abord la façon dont l'œil règle la mise au point, afin de se placer dans les conditions normales d'emploi d'un instrument.

DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE DE LA MISE AU POINT VISUELLE DANS UN INSTRUMENT ENTACHÉ D'ABERRATION SPHÉRIQUE

On sait que la théorie de la diffraction place le plan de meilleure mise au point à la moitié de l'aberration longitudinale.

La théorie de l'optique géométrique place ce plan aux trois quarts de cette même aberration à partir du foyer paraxial et l'expérience montre qu'à partir d'une certaine valeur de l'aberration, la mise au point ne se fait effectivement ni sur l'un ni sur l'autre de ces deux plans.

Il semble que l'on se rapprochera plus de la réalité si l'on étudie ce qui se passe

pour un objet de diamètre apparent fini, c'est-à-dire si l'on fait une nouvelle intégration.

Considérons deux plages uniformes limitées par une courbe, de contraste $\gamma_0 = 1$: si on les observe au moyen d'un instrument parfait, la diffraction intervient pour supprimer toute discontinuité brusque dans l'éclairement lorsque l'on passe de l'image de la plage lumineuse à l'image de la plage obscure ; on a un dégradé à cheval sur la limite géométrique et s'étendant de part et d'autre de cette limite, mais en devenant rapidement insensible (fig. 5).

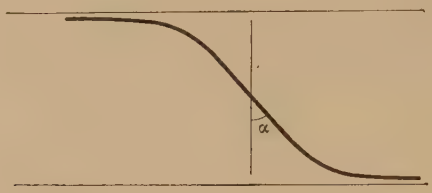

Fig. 5.

L'œil effectuera la mise au point de plages diversement contrastées en cherchant la position qui lui donne le plus de netteté dans le contour des objets observés (position qui correspondra à l'angle α minimum). On sait par ailleurs que des plages voisines possédant des contrastes peu différents sont d'autant mieux différenciées que la ligne qui les sépare est plus fine, la meilleure vision des faibles contrastes correspond à la netteté maximum des contours.

Nous avons donc étudié théoriquement et expérimentalement la limite de séparation d'un objectif entaché d'aberration sphérique variable sur des mires de Foucault, de différents contrastes et pour plusieurs plans de mise au point le long de la caustique, afin de rechercher pour quel plan on a la meilleure visibilité des faibles contrastes et la netteté maximum des contours.

On procédera en trois étapes :

1) On calculera la répartition des éclairements dans l'image d'un point lumineux en lumière monochromatique pour diverses positions du plan de mise au point.

2) On fera une deuxième intégration pour le cas d'une mire de Foucault dont les traits sombres sont égaux aux blancs et pour plusieurs contrastes de cette mire, ce qui fournira le contraste de l'image de la mire pour différentes valeurs du pas de celle-ci.

3) En cherchant le pas de la mire donnant un contraste image égal au minimum de contraste perceptible, on en déduira la limite de séparation théorique par l'œil parfait.

§ 1) Structure de l'image d'un point lumineux au foyer de l'œil supposé parfait lorsque celui-ci est placé derrière un instrument entaché d'aberration sphérique.

Nous n'insistons pas sur ces calculs, qui sont exposés en détail dans les travaux de Conrady, Martin et Buxton. Indiquons seulement que les calculs de ces physiciens correspondent à une aberration sphérique ne dépassant pas la différence de phase 2π au foyer paraxial. Pour étudier plus complètement le problème, nous avons poursuivi les calculs jusqu'à une aberration égale à 5π au foyer paraxial et pour différents plans de mise au point.

Soient Ω l'ouverture de l'objectif de l'instrument, δx l'écart du plan de mise au point par rapport au foyer paraxial, $\delta x'$ l'aberration sphérique longitudinale de l'objectif, λ la longueur d'onde de la lumière utilisée. On montre facilement que la variation de la différence de phase Ψ pour le plan de mise au point, en fonction de la distance H d'un point de la pupille de sortie de l'instrument à l'axe du système supposé de révolution, est :

$$\Psi = -\frac{2\,\delta x}{\delta x'}\,\Psi_p\,t + \Psi_p\,t^2, \tag{3}$$

avec

$$\Psi_p = -\frac{\pi}{8\lambda}\,\Omega^2\,\delta x' \tag{4}$$

et

$$t = \left(\frac{H}{H_M}\right)^2,$$

H_M étant le rayon de l'objectif de l'instrument. Le paramètre Ψ_p représente la différence de phase au foyer paraxial entre un rayon diffracté par le bord de la pupille et le rayon provenant du centre de la pupille. Avec ces notations et si f est la longueur focale de l'objectif, on sait que

$$\Omega = \frac{2\,H_M}{f}.$$

Si on veut calculer l'intensité lumineuse I en un point du plan de mise au point situé à la distance c de l'axe et pour un objet situé à l'infini, on pose :

$$w = \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{H}{f}\,c. \tag{5}$$

Dans ces conditions on a :

$$I = \left[\int_0^1 J_0(w)\cos\Psi\,dt\right]^2 + \left[\int_0^1 J_0(w)\sin\Psi\,dt\right]^2, \tag{6}$$

où $J_0(w)$ est la fonction de Bessel d'ordre zéro.

Si l'œil n'introduit pas d'aberration propre, la différence de phase Ψ_0 relative à l'onde issue de la pupille de sortie de l'œil est évidemment la même que la différence de phase Ψ considérée précédemment et par conséquent I représente aussi

bien les intensités lumineuses dans le plan focal de l'objectif que sur la rétine de l'œil de l'observateur.

Remarque. — Nous supposons que les aberrations de l'objectif représentent les défauts de l'ensemble objectif et oculaire, de façon à pouvoir négliger dans les calculs les aberrations de l'oculaire.

§ 2) Répartition des intensités lumineuses dans les taches de diffraction.

Pour l'aberration $\Psi'_p = 5\pi$ on a calculé la répartition des intensités lumineuses pour 6 positions du plan de mise au point définies par

$$\delta x = 0, \quad \frac{\delta x'}{8}, \quad \frac{\delta x'}{4}, \quad \frac{3\,\delta x'}{8}, \quad \frac{\delta x'}{2}, \quad 0{,}845\ \delta x'.$$

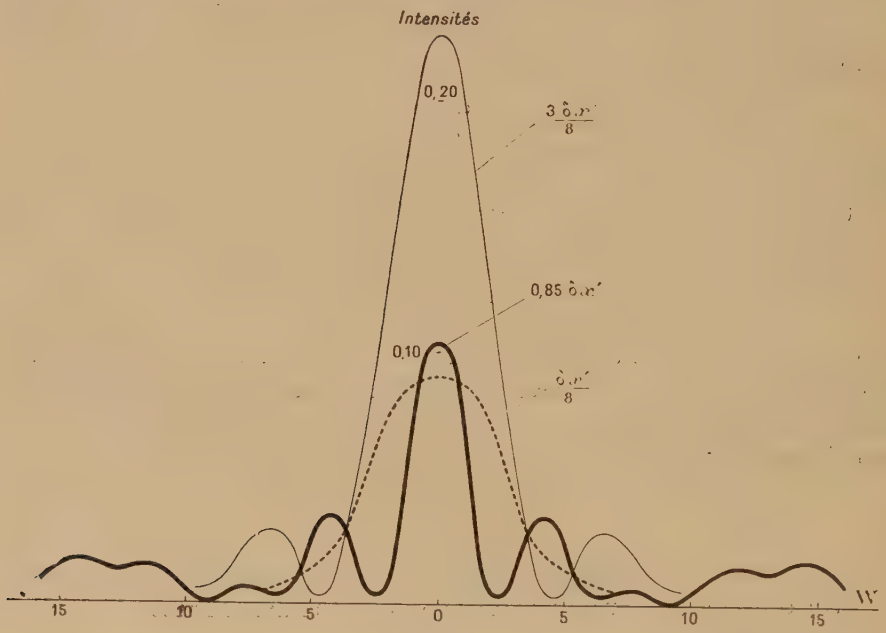

Fig. 6.

Les résultats sont donnés par les courbes des figures 6 et 7.
En abscisses on a porté le paramètre

$$W = \frac{H_M}{H}\, w = \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{H_M}{f}\, c \tag{7}$$

et en ordonnées les intensités sachant que l'on a $I = 1$ pour le centre de la figure de diffraction d'Airy. Si l'on veut calculer les intensités lumineuses sur la rétine, il suffira de considérer que dans l'expression du paramètre W, les quantités I_M, f et c se rapportent à l'œil et non à l'objectif de l'instrument.

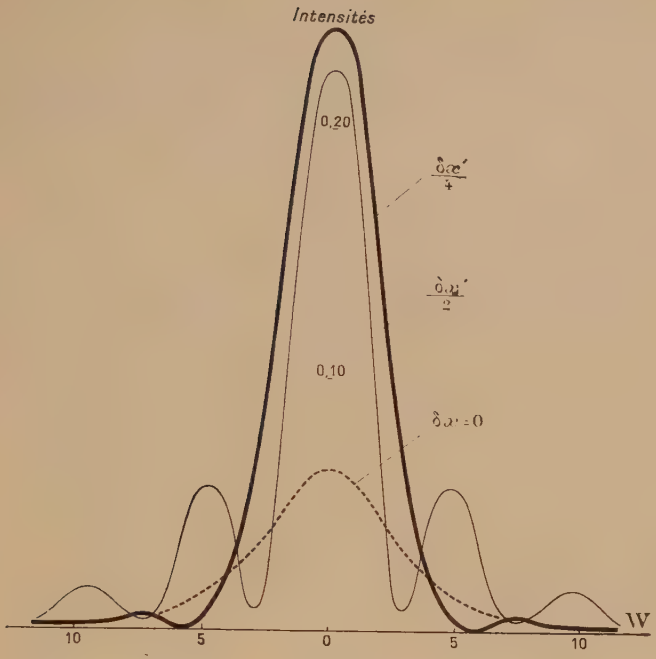

FIG. 7.

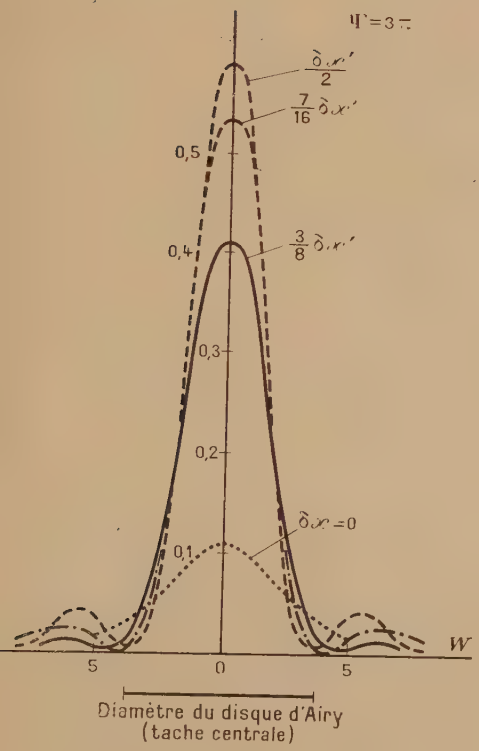

FIG. 8.

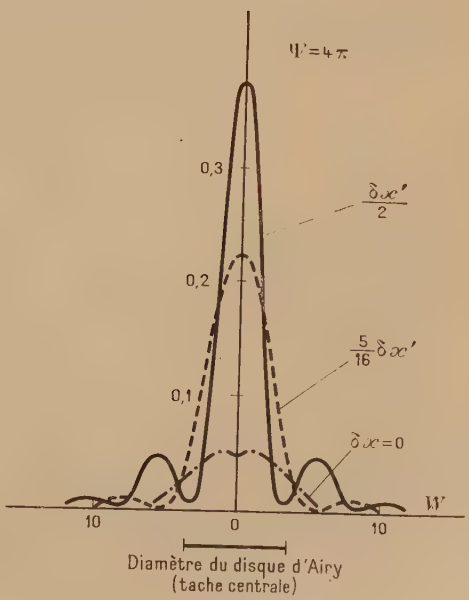

FIG. 9.

Les figures 8 et 9 donnent les résultats pour les aberrations $\Psi_p = 4\pi$ et $\Psi_p = 3\pi$. — Pour les aberrations plus faibles, nous avons utilisé les résultats de Conrady, Buxton et Martin.

§ 3) Intégration a la mire de Foucault.

Soit O le milieu de l'image d'une bande claire de la mire où l'on veut calculer l'intensité. Un petit élément $dx\ dy$ autour du point A envoie en O une intensité (fig. 10) :

$$dI = f(W)\ dx\ dy,$$

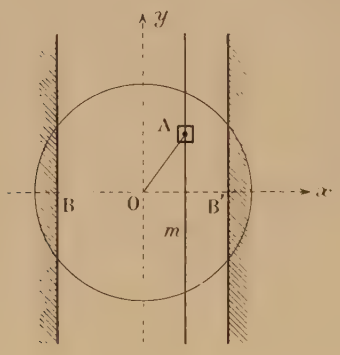

Fig. 10.

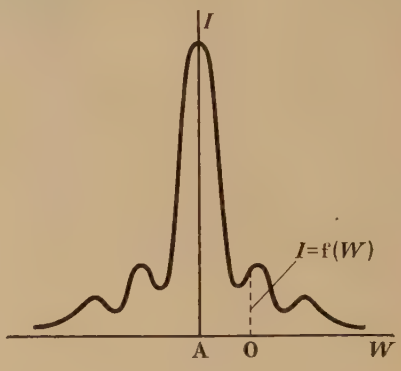

Fig. 11.

$f(w)$ étant l'ordonnée de la courbe des intensités à une distance AO du centre A (fig. 11) ; donc l'intensité en O sera

$$(8) \qquad I = \iint f(W)\ dx\ dy = \int_{x_B}^{x_{B'}} dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{+\sqrt{R^2-x^2}} f(W)\ dy,$$

R étant le rayon de la tache de diffusion, c'est-à-dire la valeur de W à partir de laquelle l'intensité est pratiquement nulle.

On calcule ainsi l'intensité I_1 au centre d'une bande claire, puis l'intensité I_2 au centre d'une bande sombre. Le contraste γ de l'image est alors :

$$\gamma = \frac{I_1 - I_2}{I_1}.$$

Dans ce calcul nous avons tenu compte naturellement du halo, supposé uniforme, qui s'étend au delà des images précédentes.

On calcule ainsi les différents contrastes γ correspondant à différentes valeurs du contraste γ_0 de la mire objet et de son pas. Les figures 12 et 13 donnent les résultats de ces intégrations pour 3 places de mise au point et pour l'aberration $\Psi_p = 5\pi$.

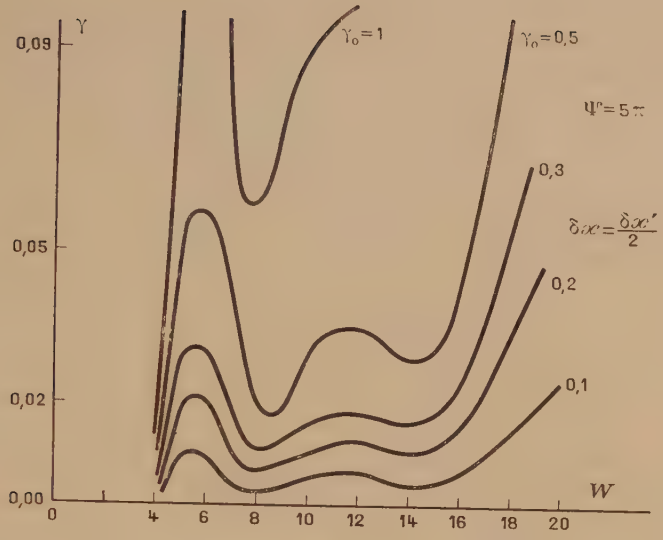

FIG. 12.

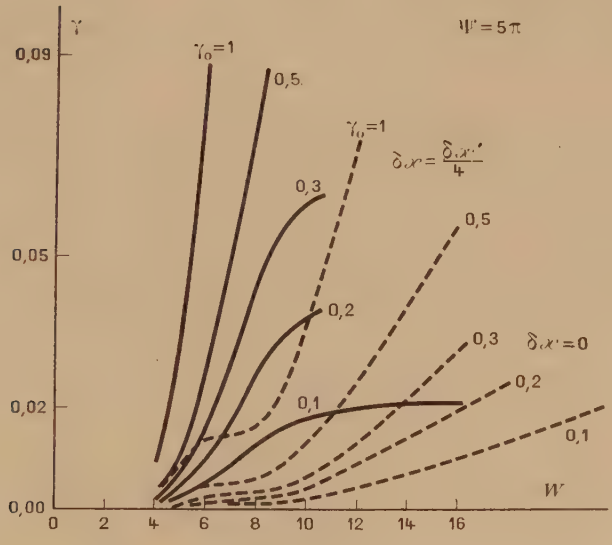

FIG. 13.

La figure 14 montre les résultats pour l'instrument parfait $\Psi_p = 0$ et pour les aberrations $\Psi_p = 2\pi$, $\Psi_p = \pi/2$ lorsque le plan de mise au point est au milieu de la nappe sagittale de la caustique.

Nous avons poursuivi les calculs d'une façon identique pour les aberrations 4π, 3π, 2π, $\pi/2$ et pour l'instrument parfait.

Remarque. — Lorsque l'on a calculé la courbe donnant le contraste image γ en fonction du pas d'une mire de contraste $\gamma_0 = 1$, il est facile de passer à la varia-

tion du contraste image γ' pour une mire de contraste $\gamma'_0 < 1$ et pour le même pas par la relation :

$$\gamma' = \frac{\gamma \gamma'_0}{1 + (1-\gamma)(1-\gamma_0)}.$$

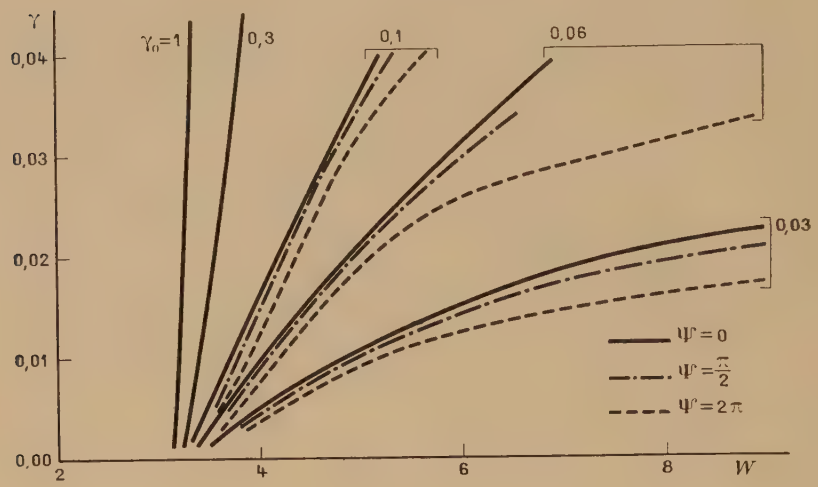

Fig. 14.

§ 4) Calcul de la limite de séparation théorique et de l'efficacité instrumentale. Application des résultats a la position du plan de mise au point.

Si c représente la largeur du pas de l'image géométrique de la mire dans le plan focal de l'objectif de l'instrument, la valeur angulaire correspondante sera (fig. 15) :

$$S = \frac{c}{f};$$

or

$$W = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{H_M}{f} c,$$

d'où

$$S = \frac{W\lambda}{2\pi H_M}; \quad (9)$$

après traversée de l'oculaire :

$$s = SG = \frac{W\lambda}{\pi\omega}, \quad (10)$$

ω étant le diamètre de la pupille de l'œil.

Sur les courbes analogues à celles des figures 12 et 13 on cherche l'intersection avec la droite $\gamma = 0{,}02$. On obtient une certaine valeur de W correspondant à un contraste déterminé de la mire objet, valeur que l'on reporte dans la relation (9) ;

on aura ainsi la limite de séparation dans l'espace objet (car les valeurs de W portées en abscisses sur les figures 12 et 13 correspondent à la largeur du pas de la mire). En reportant cette même valeur de W dans la relation (10), on aura la limite de séparation de l'œil dans le champ image de l'instrument.

Le calcul de l'efficacité est alors immédiat ; soit W le pas de la mire relevé sur les courbes analogues à celles des figures 12 et 13 (instrument aberrant) pour $\gamma = 0{,}02$

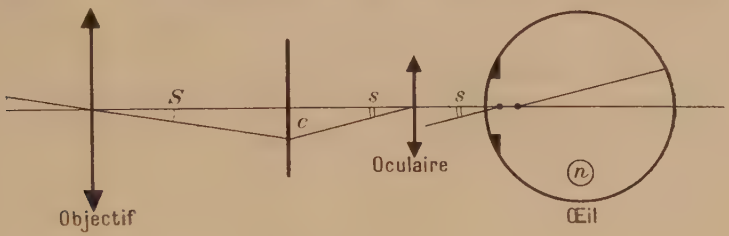

Fig. 15.

et correspondant à un contraste objet déterminé. Soit W' le pas de la mire relevé dans les mêmes conditions sur les courbes de l'instrument parfait. On aura :

$$E = \frac{W'}{W}.$$

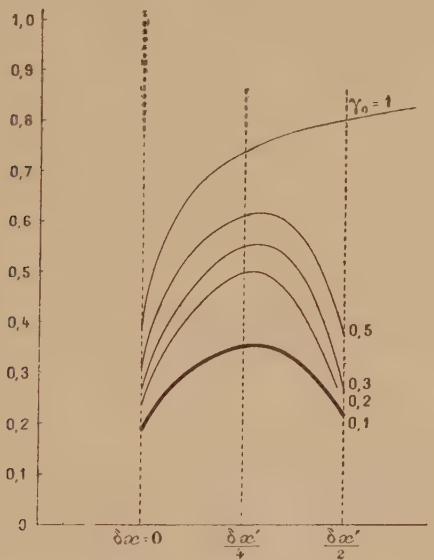

Fig. 16.

Les résultats pour l'aberration $\Psi'_p = 5\,\pi$ sont donnés par la figure 16.

On voit immédiatement que pour les forts contrastes, on a une limite de séparation d'autant meilleure que l'on se rapproche plus du foyer des rayons marginaux. Ceci tient à ce que la tache centrale de la figure de diffraction diminue si on se rapproche du foyer marginal et les anneaux brillants entourant la tache cen-

trale ne sont pas assez intenses pour augmenter la limite de séparation dans le cas des forts contrastes. Par contre, pour les faibles contrastes, ils voilent l'image, si bien que le meilleur plan de mise au point se rapproche nettement de la pointe de la caustique. On peut donc, dans le cas présent, le situer sensiblement au quart de l'aberration longitudinale à partir du foyer paraxial.

En procédant de la même façon pour les autres aberrations, on peut alors représenter les résultats par la figure 17. Sur cette figure on a porté en abscisses les aberrations Ψ_p et en ordonnées les aberrations longitudinales. La courbe en trait épais donne la position du plan de mise au point. On voit que dans le domaine des aberrations étudiées le plan de mise au point reste pratiquement à une distance fixe du foyer paraxial à partir de l'aberration

$$\Psi_p = 2\pi.$$

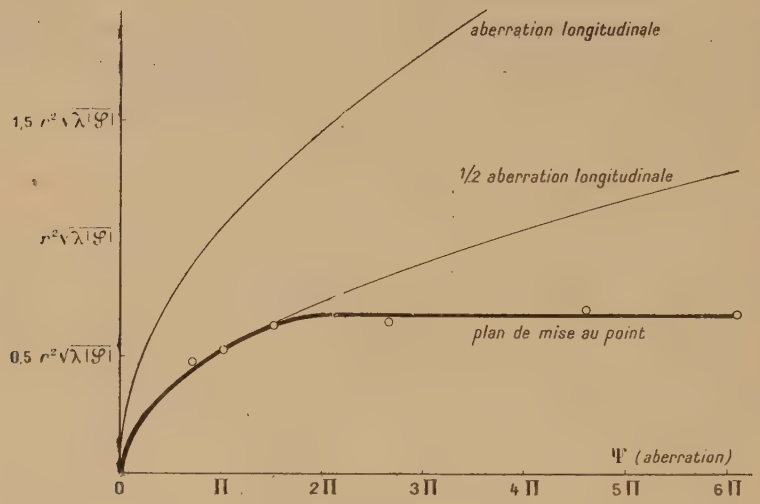

Fig. 17.

Si $\mathcal{S}$ est le coefficient d'aberration sphérique du 3e ordre de l'objectif, f sa longueur focale, cette distance peut être donnée approximativement par l'expression :

$$\delta x = 0{,}65\, f^2 \sqrt{\lambda | \mathcal{S}}.$$

Vérifications expérimentales. — Nous avons étudié expérimentalement la mise au point d'une lunette astronomique composée d'un objectif, dont l'aberration est parfaitement connue et d'un oculaire (microscope) assez puissant pour que la pupille de sortie de l'instrument soit voisine de la pupille optimum de 0,6 mm. On fait varier l'aberration par diaphragmation de l'objectif. Pour chaque valeur du

diaphragme on détermine la position du microscope oculaire dans la caustique. Les positions ainsi trouvées sont représentées par des points sur la figure.

Notons que par suite de la diaphragmation, la pupille variait entre 0,6 et 1 mm. Pendant ces mesures, on peut donc considérer à peu de chose près que l'œil reste parfait.

TROISIÈME PARTIE

APPLICATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS A LA DÉTERMINATION DE LA TOLÉRANCE A L'ÉGARD DE L'ABERRATION SPHÉRIQUE VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES

§ 1) Cas de l'œil parfait.

Dans les résultats précédents, nous avons caractérisé l'aberration de l'onde par sa déformation rapportée au foyer paraxial. Or l'œil n'effectuant pas la mise au point sur ce foyer, il semble plus logique, pour le problème suivant, de rapporter la déformation de l'onde au plan sur lequel se fait la mise au point, c'est-à-dire au meilleur foyer. C'est ce que nous allons faire dans ce qui va suivre.

Soit une aberration Ψ_p au foyer paraxial ; lorsque la mise au point est faite sur un plan situé à la distance $\delta x = \frac{\delta x'}{K}$ de ce foyer, la différence de phase Ψ en fonction de la hauteur d'incidence s'écrit (relation 3) :

$$\Psi = - \frac{2\Psi_p}{K} t + \Psi_p t^2.$$

Pour ce plan de mise au point, la différence de phase maximum est (fig. 18) :

$$\Psi_M = | AH | + | A'H |$$

si $K > 2$. Lorsque $K < 2$, Ψ_M est seulement égale à A'H et on trouve facilement :

$$\Psi_M = \frac{\Psi_p}{K^2} + \left(\Psi_p - \frac{2\Psi_p}{K}\right).$$

C'est cette valeur Ψ_M que nous adopterons pour caractériser l'aberration, car elle se rapporte directement à l'image rétinienne et peut aussi, d'ailleurs, en fixer la structure. En effet, si on donne Ψ_M, on peut en déduire K, d'où Ψ_p par la relation précédente, et enfin Ψ par la formule (3), ce qui détermine complètement la distribution des intensités dans l'image.

Tant que Ψ_p ne dépasse pas 2π, nous avons vu que la meilleure image se situait à la moitié de l'aberration longitudinale (c'est-à-dire $K = 2$), alors :

$$\Psi'_M = \frac{\Psi'_p}{K^2} = \frac{\Psi'_p}{4}.$$

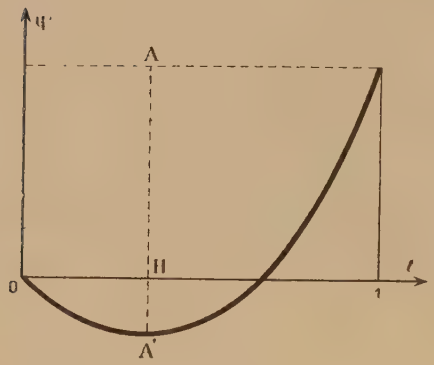

Fig. 18.

Ainsi pour l'aberration $\Psi_p = \pi/2$ nous aurons pour le plan de mise au point :

$$\Psi'_M = \pi/8,$$

c'est-à-dire une différence de marche de $\lambda/16$.

Pour $\Psi_p = 2\pi$ on a : $\Psi'_M = \pi/2$, ce qui correspond à une différence de marche de $\lambda/4$.

Considérons ce dernier cas. Par le point F_p (foyer paraxial) traçons la sphère de centre F_p (fig. 19) et de rayon $F_pM = F_pB$ (M étant le bord de l'onde) et la sphère de centre F_p et de rayon $F_p S = F_pP$. L'écart entre ces deux sphères sera égal à λ. Par le point A du plan Π de mise au point situé à la moitié de l'aberration longitudinale, traçons la sphère de centre A et de rayon AS (S étant le sommet de l'onde) et la sphère de centre A et de rayon AM = Am.

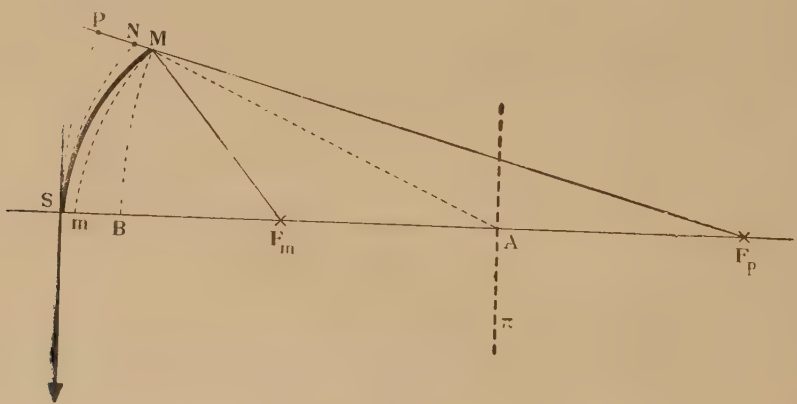

Fig. 19.

L'onde réelle S M est tout entière comprise entre ces deux sphères, qui sont distantes de $\lambda/4$. Par conséquent pour ce plan de mise au point situé à la moitié de l'aberration longitudinale, nous sommes dans la tolérance de Lord Rayleigh.

Evidemment la structure de l'image correspondant à une déformation en $\lambda/4$, prise de ce point de vue, n'est pas tout à fait la même que si nous avions un écart de $\lambda/4$ au foyer paraxial ; mais c'est l'image sur laquelle l'œil effectue la

mise au point qui nous intéresse et non l'image paraxiale. Par conséquent, quand nous parlons d'une onde déformée, c'est la déformation rapportée au plan de mise au point adopté par l'œil, c'est-à-dire au meilleur foyer.

Dans le cas

$$\Psi'_p = 5\,\pi$$

on a :

$$\Psi'_M = 2{,}45\,\pi,$$

car pour ce cas particulier et d'après la position du meilleur foyer trouvée précédemment on a :

$$| A'H | = 0{,}45\,\pi,$$
$$| AH | = 2\,\pi.$$

Portons en abscisses les valeurs de Ψ'_M correspondant à différentes aberrations Ψ'_p et en ordonnées les efficacités correspondantes, nous obtenons les résul-

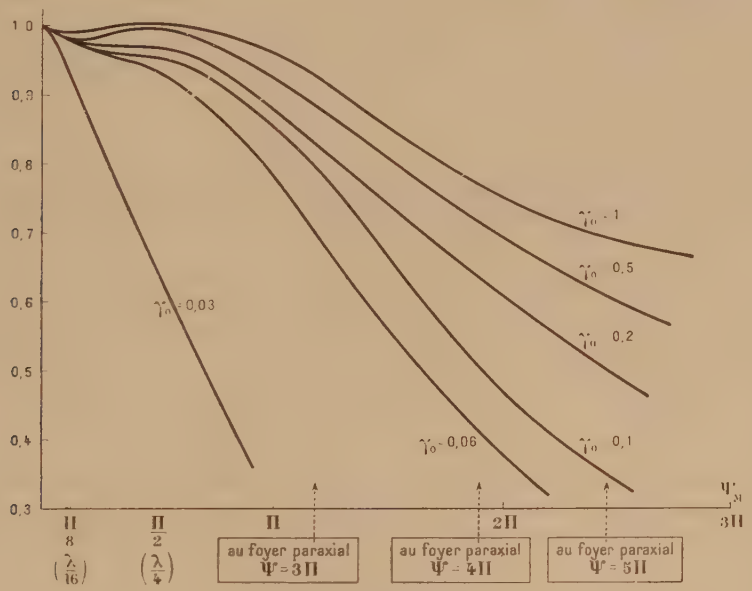

Fig. 20.

tats représentés sur la figure 20. Ces courbes montrent que si l'on reste dans la tolérance de Lord Rayleigh on a une très mauvaise efficacité pour les faibles contrastes ($E < 0{,}64$ pour $\gamma_0 = 0{,}03$) et il semble bien que l'on ne devrait pas dépasser une aberration maximum $\Psi'_M = \pi/8$, c'est-à-dire une différence de marche égale à $\lambda/16$ au meilleur foyer, pour obtenir de bons résultats jusqu'aux plus faibles valeurs du contraste ($E = 0{,}92$ pour $\gamma_0 = 0{,}03$).

Il ne faut pas oublier que du point de vue pratique, ces résultats intéressent les instruments utilisés avec leur limite de résolution maximum, puisque nous

sommes toujours dans le cas de l'œil parfait. La pupille de sortie de l'instrument doit donc être égale au diamètre pupillaire optimum, c'est-à-dire à des valeurs comprises entre 0,6 et 0,9 mm. Pour préciser les résultats obtenus, nous donnons avec la figure 21 deux courbes figurant la tolérance en fonction du contraste : l'une, en admettant une baisse d'efficacité de 3 %, l'autre, de 5 %.

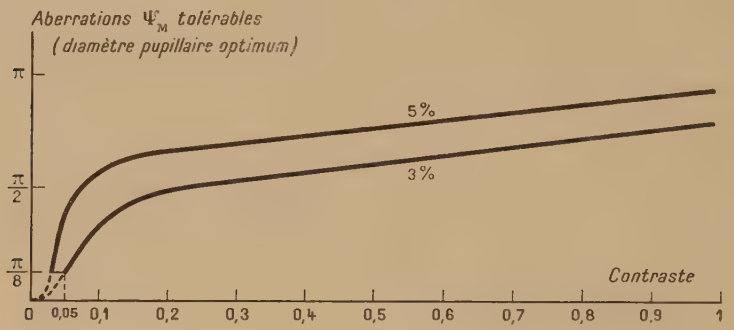

Fig. 21.

Ainsi, sur un contraste de l'ordre de 0,3, si on tolère une aberration $\Psi_M = 0{,}5\,\pi$ on aura une efficacité égale à 0,97 et si on tolère $\Psi_M = 0{,}7\,\pi$ l'efficacité deviendra égale à 0,95.

Nous avons arrêté ces deux courbes à l'ordonnée $\Psi_M = \pi/8$, puisque c'est la valeur que nous avons admise pour les plus faibles contrastes.

Fig. 22.

Vérifications expérimentales.

Le dispositif expérimental est analogue à celui utilisé par Mr Arnulf dans « La Vision dans les Instruments ».

Mires : Sur un disque de papier (fig. 22) animé d'un mouvement de rotation très rapide, on a tracé un ensemble de plusieurs mires de Foucault de différents pas, liés entre eux par une progression géométrique de raison 1,2. Chaque disque présentant un contraste déterminé, les traits n'étaient noircis que sur une partie de la circonférence. De cette façon, grâce à la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, la mire était vue avec le contraste

$$\gamma_0 = \frac{l_n}{L},$$

l_n étant la longueur d'un trait noir et L la longueur de la circonférence correspondante.

On a utilisé différents disques constitués de cette façon, afin d'avoir une gamme de mires suffisamment étendue pour les observations.

Un écran percé d'une ouverture convenable permettait d'observer chaque mire sous un diamètre apparent proportionnel au pas de la mire correspondante.

L'ensemble était éclairé par une lampe à vapeur de sodium et la brillance obtenue, mesurée au brillancemètre Jobin et Yvon, était de 0,31 stilb.

Mesures.

Pour ces vérifications expérimentales, nous avons utilisé un objectif de 60 mm de diamètre et de 543 mm de longueur focale, que l'on diaphragmait convenablement pour obtenir les aberrations cherchées.

On obtient ainsi $\Psi'_M = \pi/8$ en diaphragmant à la valeur $2\,H_M = 31{,}2$ mm correspondant à l'ouverture $\Omega = 1/17$.

Pour obtenir $\Psi'_M = \pi/2$ on diaphragmait à la valeur $2\,H_M = 44{,}8$ mm correspondant à l'ouverture $\Omega = 1/12$.

Nous allons montrer que les aberrations introduites par les oculaires sont complètement négligeables vis-à-vis de celles de l'objectif. En effet :

Si $\delta x'_0$ est l'aberration longitudinale de l'oculaire, celui-ci travaillant avec la même ouverture que l'objectif, l'onde issue de l'instrument sera entachée d'une aberration

$$\Psi' = -\frac{\pi}{8\lambda}\Omega^2\,(\delta x' + \delta x'_0).$$

Donnons un ordre de grandeur à $\delta x'_0$.

Le coefficient d'aberration sphérique de l'oculaire peut s'écrire (voir H. Chrétien : Cours de Calcul des Combinaisons Optiques) :

$$\mathcal{S} = \sum h^4\,\mathfrak{Q}^2\,\Delta\,\frac{\xi}{n}\ ;$$

h est un coefficient proportionnel à la hauteur d'incidence du rayon lumineux ; $\mathfrak{Q}$ est l'invariant d'Abbe, ξ l'inverse de la distance de l'objet observé à l'oculaire, n l'indice de réfraction et $\Delta\xi/n$ représente la variation du rapport ξ/n lorsque l'on passe d'un milieu au suivant.

Nous pouvons supposer que l'oculaire est simple, car dans l'oculaire composé le verre de champ est toujours très voisin de l'image donnée par l'objectif, la quantité h devient alors extrêmement petite et le coefficient $\mathcal{S}$ du verre de champ pourra être négligé ; on est donc ramené au cas de l'oculaire simple.

Si nous prenons le cas de la lentille plan-convexe tournant sa face plane du côté de l'objectif, on montre que

$$\mathfrak{S} = h^4 \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{(n-1)^2}\right) \frac{1}{f_0{}^3},$$

f_0 étant la longueur focale de l'oculaire, d'où, pour $n = 1{,}5$:

$$\delta x'_0 = -0{,}28\ \Omega^2 f_0.$$

Si nous diaphragmons l'objectif à $2H_M = 31{,}2$, comme nous voulons que l'œil puisse être considéré comme parfait, il faut une pupille de sortie de 0,6 mm, donc un grossissement

$$G = \frac{31{,}2}{0{,}6} = 52,$$

d'où une longueur focale de l'oculaire :

$$f_0 = \frac{543}{52} = 10{,}4 \text{ mm}.$$

Dans ces conditions :

$$\delta x'_0 = -0{,}01 \text{ mm}.$$

Si l'oculaire était parfait, nous aurions pour l'instrument :

$$\Psi_p = \frac{\pi}{2{,}13}.$$

L'intervention de l'oculaire donne :

$$\Psi_p = \frac{\pi}{2{,}10}.$$

Dans le cas de l'aberration $\Psi_p = 2\pi$ donnant au meilleur foyer :

$$\Psi_M = \frac{\pi}{2},$$

il faut diaphragmer l'objectif à la valeur :

$$2H_M = 44{,}8.$$

On a alors :

$$\delta x' = -1{,}35 \text{ mm}$$

et on trouve :

$$\delta x'_0 = -0{,}01 \text{ mm}.$$

Les valeurs des limites de séparation calculées ci-après sont obtenues à partir des résultats de la deuxième partie de ce travail. Calculons par exemple la limite de séparation de l'œil parfait observant une mire de contraste $\gamma_0 = 0{,}03$ au moyen d'un instrument entaché d'une aberration maximum égale à $\frac{\lambda}{4}$.

Les calculs précédents donnent pour la valeur de W correspondant à la limite de séparation :

$$W = 12,$$

d'où :

$$S = \frac{\lambda W}{2\pi H_M} = \frac{0{,}0006 \times 12}{3{,}14 \times 44{,}8}, \quad \text{soit } 10''.$$

Résultats numériques :

Introduisons le produit $s\omega$ (produit de la limite de séparation par le diamètre de la pupille), que Mr Arnulf appelle la limite de séparation spécifique. Les chiffres donnés dans le tableau suivant correspondent à des limites de séparation exprimées en millimètres × minutes d'arc.

Lumière jaune du sodium Brillance : 0,31 stilb		Limite de séparation spécifique de l'instrument		Limite de séparation spécifique de l'œil		Efficacité	
		observée	calculée	observée	calculée	observée	calculée
Contraste $\gamma_0 = 0{,}03$	aberration $\Psi_M = \pi/8$	4,15	5,44	3,90	5,00	0,94	0,92
	aberration $\Psi_M = \pi/2$	6,00	7,80	3,90	5,00	0,65	0,64
Contraste $\gamma_0 = 1$	aberration $\Psi_M = \pi/8$	2,06	2,15	2,00	2,12	0,98	0,99
	aberration $\Psi_M = \pi/2$	2,02	2,10	2,00	2,12	0,99	1,01
	aberration $\Psi_M = 2{,}45\pi$	2,61	2,85	2,00	2,12	0,76	0,74

Pour le contraste $\gamma_0 = 0{,}03$, il y a un accord moins bon entre les valeurs calculées et observées que dans la détermination de l'efficacité. Cela tient à ce que l'œil de l'observateur possède un contraste minimum perceptible un peu inférieur à 0,02, alors que pour les calculs on a adopté exactement 0,02. Il n'y a pas lieu d'en tenir compte, car ce qui nous importe ici est la valeur caractérisant la qualité de l'instrument dans les conditions d'observation considérées, c'est-à-dire l'efficacité.

Dans le cas d'une mire de contraste $\gamma_0 = 1$, il y a un meilleur accord entre les valeurs calculées et les valeurs observées des limites de séparation spécifiques, ce qui est normal étant donné que pour le contraste $\gamma_0 = 1$ la pente de la courbe du contraste image en fonction du pas de la mire est beaucoup plus rapide que pour les contrastes faibles. Par conséquent, pour un même décalage sur les ordonnées, le décalage sur les abscisses est beaucoup moins grand.

§ 2) Cas de l'œil supposé optiquement parfait dont les défauts proviennent uniquement de la structure discontinue de la rétine.

Nous savons que c'est seulement pour des pupilles de 0,6 à 0,9 mm et pour un étroit domaine de brillances que l'œil peut être considéré comme parfait, ses propriétés étant alors déterminées par les phénomènes de diffraction et une seule donnée d'ordre physiologique : le minimum de contraste perceptible.

Pour des pupilles supérieures, l'image optique s'améliore par suite de l'augmentation de l'ouverture du système optique de l'œil et la limite de séparation diminue. Il arrive un moment où, la tache de diffusion intéressant un nombre de moins en moins grand d'éléments rétiniens, la structure de la rétine intervient : si bien qu'à partir d'une certaine valeur du diamètre pupillaire la limite de séparation reste constante.

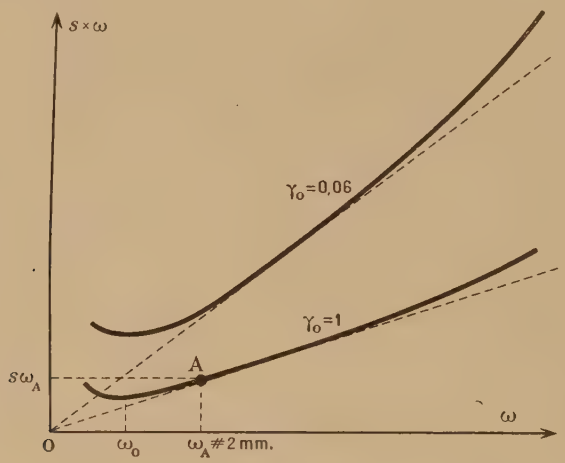

Fig. 23.

Cela correspond sur la figure 23, où l'on a porté $s\omega$ en ordonnées et ω en abscisses, à la partie rectiligne, dont le prolongement passe par l'origine (s = cte), ω_0 étant la pupille pour laquelle l'œil peut être considéré comme parfait (pupille optimum).

Lorsque la pupille atteint des valeurs importantes, l'aberration sphérique de l'œil vient s'ajouter aux défauts de la structure rétinienne et s augmentant, la courbe remonte un peu en s'écartant de la droite OA.

Supposons l'œil imparfait placé derrière un instrument parfait, le grossissement étant tel que la pupille de sortie (pupille de l'œil) soit ω_A. La répartition des intensités dans l'image de la mire est alors la courbe 1 de la figure 24, cette courbe étant celle que donnerait un instrument parfait, puisque nous supposons également l'œil optiquement parfait, quelle que soit la pupille, pourvu que $\omega < 5$ mm.

Lorsque la limite de séparation est atteinte, nous aurons :

$$\gamma = \frac{I_1 - I_2}{I_1} > 0{,}02.$$

La valeur correspondante du paramètre W sera :

$$W_A = \frac{\pi}{\lambda} \omega_A \frac{c}{f},$$

f étant la longueur focale de l'œil.

Diminuons le grossissement de l'instrument de façon que la pupille de sortie soit $\omega > \omega_A$.

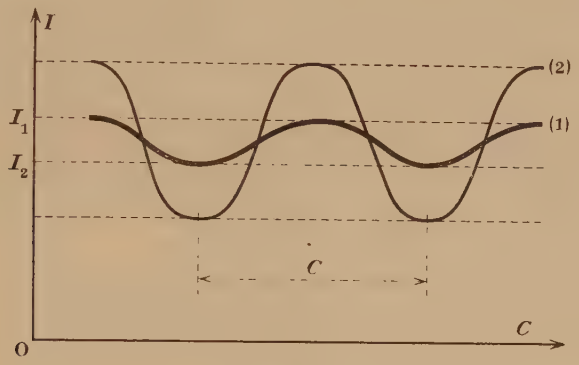

Fig. 24.

Dans ces conditions on est obligé d'augmenter le pas de la mire objet, puisque le grossissement diminue ; mais la valeur angulaire du pas de la mire vue dans le champ image de l'instrument reste la même au moment de la limite de séparation, puisque celle-ci reste constante. La nouvelle valeur du paramètre W est

$$W = \frac{\pi}{\lambda} \omega \frac{c}{f} = \frac{\omega}{\omega_A} W_A,$$

c'est-à-dire :

$$W > W_A ;$$

donc le contraste de l'image de la mire augmente et on a, comme répartition des intensités dans l'image de la mire, la courbe 2. En effet, pour un contraste objet déterminé, le contraste de l'image est d'autant plus élevé que W est lui-même plus grand. Dans les deux cas, nous avons d'une part le même flux, puisque l'instrument travaille toujours avec la même ouverture, d'autre part la même limite de séparation dans le champ image de l'instrument, le pas de l'image de la mire restant égal à c. Nous constatons donc une amélioration de l'image lorsque nous passons de la pupille ω_A à la pupille ω, mais puisque la répartition donnée par la courbe 2 ne donne pas de meilleurs résultats que la répartition indiquée par la courbe 1, nous pouvons, dans le cas où la pupille de sortie est ω (courbe 2) tolérer

certains défauts qui ramènent la courbe 2 à la courbe 1, sans pour cela que la limite de séparation soit affectée.

Cette diffusion de l'image peut être produite en laissant à l'instrument un peu d'aberration sphérique, dont la valeur ne devra pas dépasser une certaine limite que nous allons calculer.

Considérons une aberration déterminée $\Psi_P = K\pi$ au foyer paraxial, donnant $\Psi_M = K'\pi$ au meilleur foyer. Pour quelle pupille aura-t-on une efficacité égale à l'unité, pour une mire objet de contraste γ_0, c'est-à-dire avec quelle pupille de sortie doit-on utiliser un instrument entaché d'une telle aberration, pour que l'œil (diaphragmé à la valeur ω) ne s'aperçoive pas des défauts de l'image instrumentale ?

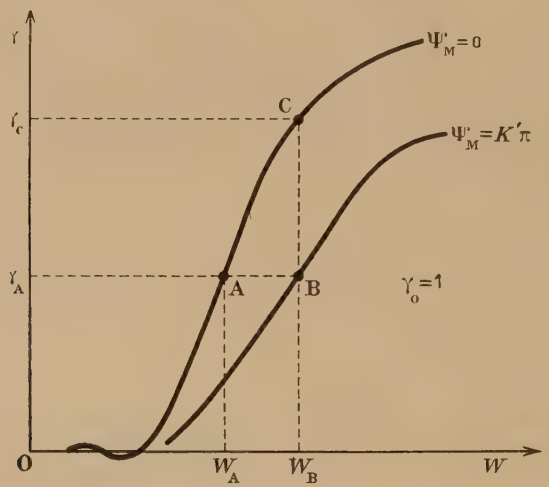

Fig. 25.

La figure 25 donnant le contraste image en fonction de W (pour $\Psi_M = 0$ et $\Psi_M = K'\pi$) donnera le même contraste image γ_A que l'instrument parfait utilisé avec une pupille de sortie ω_A si le paramètre W a la valeur W_B à laquelle correspondra la pupille ω_B :

$$W_A = \frac{\pi}{\lambda}\omega_A s \qquad W_B = \frac{\pi}{\lambda}\omega_B s$$

et où

$$s = \frac{c}{f},$$

puisque la limite de séparation reste la même ; donc la pupille pour laquelle l'aberration $\Psi_M = K'\pi$ est tolérable, sera donnée par :

$$\omega_B = \omega_A \frac{W_B}{W_A}.$$

Pour la plupart des observateurs ω_A est peu différent de 2 mm (c'est le diamètre de la pupille à partir de laquelle la limite de séparation reste constante pour les brillances que nous considérons) et la valeur de la limite de séparation correspondante peut être prise égale à 1'25'' pour le contraste objet $\gamma_0 = 1$.
D'où :

$$W_A = \frac{\pi}{\gamma} \omega_A s = 4{,}42.$$

A cette valeur correspond le contraste image 0,38 pour l'instrument parfait.

Opérons de même pour différents contrastes objets ; on a les résultats suivants (les valeurs de W_A correspondent au pas de la mire) :

$\gamma_0 = 1$	$W_A = 4{,}42$	$\gamma = 0{,}380$
0,3	4,78	0,104
0,1	5,69	0,048
0,06	6,65	0,036
0,03	10,46	0,024

Or nous avons vu que la pupille pour laquelle l'aberration est tolérable est donnée par :

$$\omega_B = \omega_A \frac{W_B}{W_A},$$

ce qui donne pour les différents contrastes :

$\gamma_0 = 1 \quad \omega_B = 0{,}452\ W_B$	$\gamma_0 = 0{,}06 \quad \omega_B = 0{,}301\ W_B$
$\gamma_0 = 0{,}3 \quad \omega_B = 0{,}418\ W_B$	$\gamma_0 = 0{,}03 \quad \omega_B = 0{,}191\ W_B$
$\gamma_0 = 0{,}1 \quad \omega_B = 0{,}351\ W_B$	

Considérons l'aberration $\Psi_M = K'\pi$ et cherchons pour le contraste objet $\gamma_0 = 1$, par exemple, la valeur de W_B donnant un contraste image égal à 0,38 ; par la relation

$$\omega_B = 0{,}452\ W_B$$

nous obtenons immédiatement la pupille pour laquelle cette aberration est tolérable sur mire de contraste 1. D'après les calculs de la Deuxième Partie, nous pouvons déterminer pour diverses aberrations la valeur de W_B nous donnant un contraste image égal à 0,380 pour $\gamma_0 = 1$, à 0,104 pour $\gamma_0 = 0{,}3$, à 0,048 pour $\gamma_0 = 0{,}1$, etc. Si on reporte les valeurs de W_B ainsi calculées dans le tableau précédent, on aura les valeurs du diamètre pupillaire (diamètre de l'anneau oculaire à donner à l'instrument) pour lesquelles les aberrations sont tolérables, c'est-à-dire pour lesquelles on aura une efficacité égale à 1 par suite des défauts de la

structure rétinienne. Sur la figure 26 on porte en ordonnées les aberrations tolérables Ψ_M au meilleur foyer et en abscisses les pupilles (ou anneaux oculaires) pour lesquelles les aberrations Ψ_M sont tolérables.

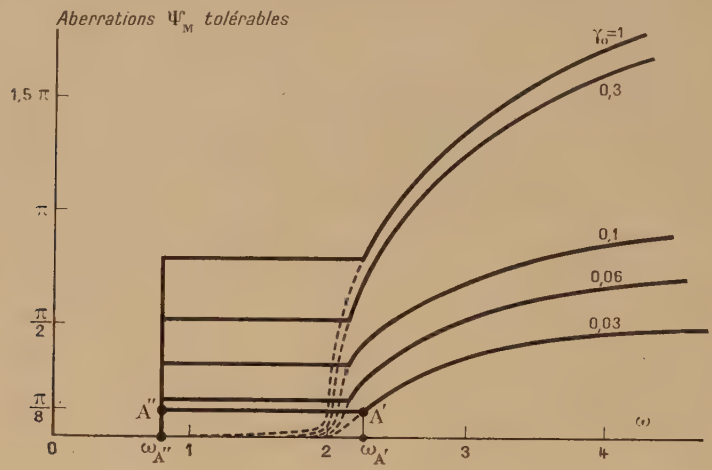

Fig. 26.

Les différentes courbes, y compris les parties en pointillé, correspondent à des efficacités rigoureusement égales à 1 ; mais nous avons admis que pour l'œil parfait (pupille $\omega_{A''}$ sur la figure 26) une aberration $\Psi_M = \pi/8$ était tolérable pour

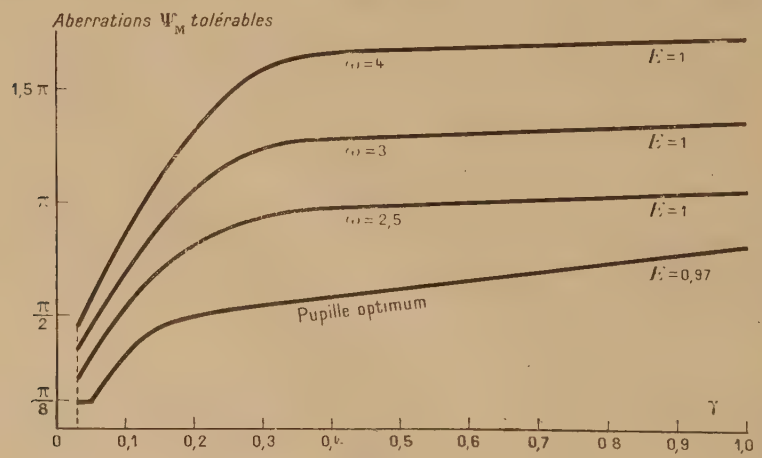

Fig. 27.

$\gamma_0 = 0{,}03$. Il est donc inutile de descendre en dessous de cette valeur, c'est pourquoi nous avons joint par une droite le point A'' au point A' pour lequel on a une efficacité rigoureusement égale à 1. En A'' on a une efficacité égale à 0,92 (voir

fig. 20) et au fur et à mesure que l'on se rapproche de A′, sur la droite A″A′, l'efficacité augmente, elle devient égale à 1 à partir de A′.

Nous avons procédé de la même façon pour les autres contrastes en admettant comme tolérable, d'après la figure 21, une baisse de 3 % sur l'efficacité. Par conséquent, pour toutes les pupilles inférieures à 2 mm environ, la tolérance est la même que celle choisie pour l'œil parfait.

Sur la figure 27, nous avons tracé les tolérances en fonction du contraste pour différentes pupilles ; ce sont des courbes analogues à la figure 21, laquelle se rapporte à la pupille optimum (œil parfait).

Tous ces résultats montrent que c'est seulement pour des pupilles de l'ordre de 4 mm, donc assez grandes, puisque nous sommes en vision de jour, que l'on peut tolérer $\Psi'_M = \frac{\pi}{2}$ sur les plus faibles contrastes.

Vérifications expérimentales.

Dans le but de vérifier les résultats précédents, nous avons utilisé, sur les conseils de Mr Arnulf, le dispositif suivant (fig. 28) :

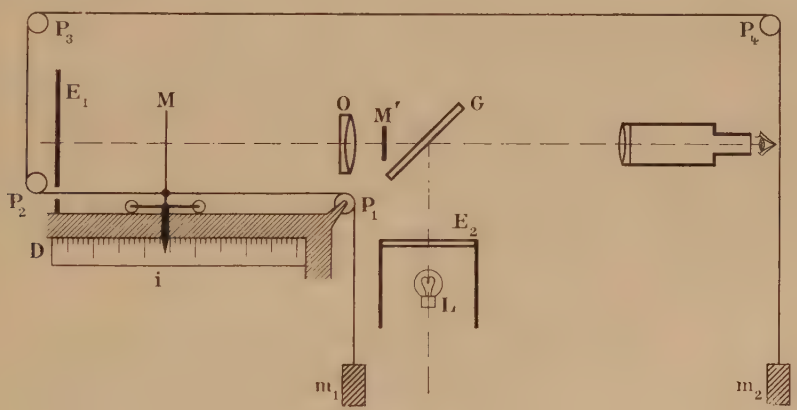

Fig. 28.

Un objectif O de petite longueur focale donne d'une mire de Foucault M convenablement éclairée par un écran diffusant E_1 une image M′. C'est cette image qui sert d'objet à l'observateur.

La mire M est portée par un chariot sur rails et grâce à un système de 4 poulies P_1, P_2, P_3, P_4, on peut faire varier à volonté la distance de M à l'objectif O en agissant sur le poids m_2 (l'ensemble des poids m_1, m_2 et du chariot de la mire est en équilibre). On obtient ainsi en M′ une mire de dimensions variables ; d'autre part, la distance de l'observateur à la mire M′ est suffisamment grande pour que les petits déplacements longitudinaux de la mire M′ n'introduisent pas une modification sensible de la mise au point de l'instrument étudié.

La mire M peut se déplacer entre deux positions : l'une assez éloignée de O, correspondant à une image M′ très petite ; l'autre à une distance de O égale au double de la longueur focale de cet objectif, correspondant par conséquent à un grandissement égal à 1. L'observateur déplace lui-même la mire M au moyen du poids m_2 jusqu'au moment où il ne voit plus séparés les traits de la mire ; grâce à un index i, on note la position de la mire M, d'où l'on déduit facilement l'angle sous lequel on voit le pas de la mire M′, c'est-à-dire la limite de séparation.

Pour opérer avec des contrastes inférieurs à 1, on dispose tout près de M′ une glace sans tain G inclinée à 45°, qui a pour but de réfléchir dans la direction de l'observateur la lumière provenant d'un écran E_2 et de voiler ainsi la mire M′.

Si B_1 est la brillance de l'écran E_1, B_2 la brillance de l'écran E_2 après réflexion par la glace G, la brillance des traits blancs de la mire sera $B_1 + B_2$ et celle des traits sombres B_2, d'où le contraste avec lequel apparaîtra à l'observateur la mire M′, qui sera :

$$\gamma = \frac{B_1 + B_2 - B_2}{B_1 + B_2} = \frac{B_1}{B_1 + B_2}.$$

La distance de l'observateur étant grande par rapport à la longueur focale de l'objectif O, celui-ci est considérablement diaphragmé et ses aberrations peuvent être considérées comme négligeables.

Enfin, nous opérons en lumière monochromatique ; les deux écrans E_1 et E_2 sont éclairés au moyen de lampes à sodium, la brillance obtenue est 0,1 stilb.

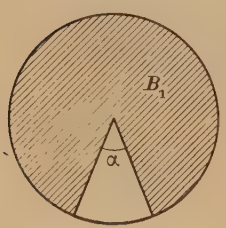

Fig. 29.

Un deuxième dispositif semblable au précédent, mais beaucoup plus perfectionné, a été construit à l'Institut d'Optique par Mr Bayle. L'objectif O est monté sur un chariot pouvant se déplacer sur rails et son mouvement commande, par l'intermédiaire d'une came, le mouvement du chariot porte-mire, de façon que, quelle que soit la distance de la mire M à l'objectif O, l'image M′ reste dans un plan fixe (le déplacement longitudinal maximum de M′ est de l'ordre de 1,5 à 2 mm).

Le contraste est obtenu en plaçant entre M′ et l'observateur un disque (fig. 29) à secteur d'ouverture α variable en marche et animé d'un mouvement de rotation rapide. Le disque est éclairé et sa brillance doit être égale à la brillance B_1 de l'écran E_1, de façon que la brillance du champ éclairé vu par l'observateur reste constante quelle que soit la valeur de α, c'est-à-dire du contraste.

Si $\alpha = 0$ le contraste est nul ; si $\alpha = \pi$ le contraste est 0,5 : c'est la valeur maximum du contraste que l'on peut obtenir avec l'appareil. Si on veut opérer avec le contraste 1, il suffit d'arrêter le disque. Il faut remarquer que le fait de ne pas pouvoir produire de contraste compris entre 0,5 et 1 n'est pas gênant, étant donné la très faible variation des phénomènes que nous avons à étudier dans un tel domaine de brillances.

Mesures.

Nous avons opéré de la façon suivante : nous diaphragmons l'objectif étudié de façon à avoir une aberration bien déterminée et nous mesurons l'efficacité pour différents grossissements, c'est-à-dire différentes valeurs du diamètre utile de la pupille, et pour un contraste donné.

Sur un graphique, nous portons en ordonnées l'efficacité et en abscisses les diamètres des anneaux oculaires (pupille utile de l'œil). On constate que l'efficacité augmente si le grossissement diminue, c'est-à-dire si l'œil travaille avec une pupille de plus en plus grande. Lorsque la pupille a atteint une valeur convenable l'efficacité est égale à 1. Pour cette pupille, pour l'aberration et le contraste considérés, les défauts de l'œil sont tels que ceux de l'instrument ne lui sont pas perceptibles.

Contraste $\gamma_0 = 0{,}03$. — C'est précisément pour la vision des faibles contrastes que les instruments sont les plus utiles. On aura donc avantage à pousser la correction des aberrations jusqu'à la limite tolérable correspondant à des contrastes de l'ordre de 0,03.

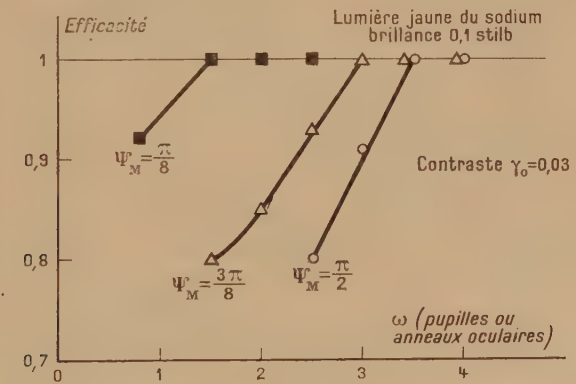

Fig. 30.

La figure 30 montre la variation de l'efficacité en fonction du diamètre de l'anneau oculaire, pour 3 valeurs de l'aberration :

$$\Psi'_M = \pi/8 \; ; \qquad \Psi'_M = 3\pi/8 \; ; \qquad \Psi'_M = \pi/2.$$

On voit que les pupilles pour lesquelles $E = 1$ sont bien de l'ordre de grandeur de celles qui ont été calculées, les valeurs expérimentales étant un peu plus faibles que les valeurs calculées, ce qui correspond à une tolérance moins sévère que celle obtenue théoriquement.

Contraste $\gamma_0 = 0{,}06$. — Pour le contraste 0,06, qui n'est déjà plus un contraste très faible, nous avons étudié les aberrations $\Psi'_M = \pi/4$; $\Psi'_M = \pi/2$ et $\Psi'_M = 5\ \pi/8$.

Les efficacités trouvées sont toujours voisines de 1 quelle que soit la pupille, sauf pour les pupilles inférieures à 2 mm ; toutefois l'efficacité ne descend jamais au-dessous de 0,90 pour $\Psi'_M = 5\pi/8$ et 0,95 pour $\Psi'_M = \pi/2$. Pour $\Psi'_M = \pi/4$ nous avons trouvé une efficacité à peu près constamment égale à 1 quelle que soit la pupille.

Contraste $\gamma_0 = 0{,}1$. — Les résultats sont sensiblement analogues aux précédents pour des aberrations un peu plus fortes. Ici nous avons considéré $\Psi'_M = 0{,}5\,\pi$; $\Psi'_M = 0{,}7\,\pi$; $\Psi'_M = 0{,}8\,\pi$.

Pour ces 3 aberrations, l'efficacité est toujours à peu de chose près égale à 1 et ne descend pas au-dessous de 0,95 pour $\Psi'_M = 0{,}5\,\pi$ et $\Psi'_M = 0{,}7\,\pi$ et au-dessous de 0,90 pour $0{,}8\,\pi$, ces dernières valeurs correspondant à la pupille optimum.

Contraste $\gamma_0 = 1$. — Les résultats sont représentés par la figure 31, donnant la variation de l'efficacité en fonction du diamètre de l'anneau oculaire. Nous avons considéré ici les aberrations $\Psi'_M = \pi$; $1{,}4\,\pi$; $1{,}9\,\pi$, nettement plus fortes que pour les autres contrastes. Malgré cela, les efficacités restent voisines de 1 sauf pour des pupilles inférieures à 2 mm et pour les deux plus fortes aberrations considérées.

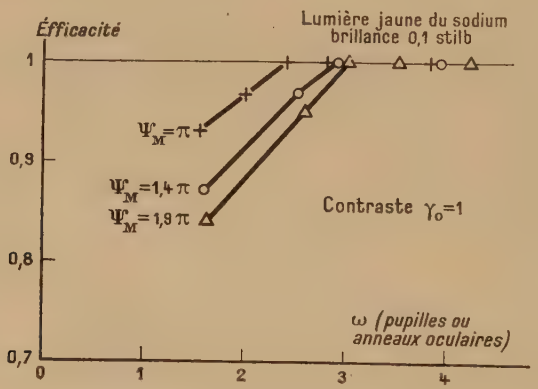

FIG. 31.

CONCLUSION.

Des résultats théoriques et expérimentaux obtenus dans cette étude, nous pouvons dégager les conclusions suivantes :

1° Pour une aberration déterminée, l'efficacité d'un instrument visuel est fonction du diamètre pupillaire utilisé.

Pour de petites pupilles, de l'ordre de 0,8 à 0,9 mm, l'œil peut être considéré comme un instrument parfait. Dans ces conditions, placé derrière un instrument ayant un anneau oculaire de 0,9 mm environ, il sera à même de percevoir de très petits défauts instrumentaux.

Au contraire pour des pupilles supérieures à 1 mm, l'œil a des défauts propres

dus principalement à la structure de la rétine. Ces défauts peuvent être assez importants pour que ceux dus à l'instrument ne lui soient pas perceptibles. L'efficacité pourra donc être égale à l'unité, même si l'instrument possède des aberrations notables.

2° Si nous modifions la mise au point de l'instrument étudié, nous constatons que l'efficacité varie. Elle est d'autant plus grande que la mise au point est effectuée plus près du foyer marginal, à condition qu'on observe des objets de forts contrastes. Pour les objets de faibles contrastes, les meilleurs résultats s'obtiennent en rapprochant le plan de mise au point du foyer paraxial.

Nous avons admis que l'œil adopte comme image optimum celle qui lui donne la meilleure vision des faibles contrastes et la netteté maximum dans le contraste des objets observés.

Dans ces conditions, si l'on fait varier l'aberration sphérique de l'instrument, on trouve que le meilleur plan de mise au point se situe à la moitié de l'aberration longitudinale tant que celle-ci ne dépasse pas une valeur correspondant à une différence de marche égale à λ au foyer paraxial. Pour des valeurs supérieures à λ, la meilleure image se situe à une distance fixe du foyer paraxial, distance sensiblement égale à : $0{,}65\ r^2 \sqrt{\lambda |\mathcal{S}|}$, $\mathcal{S}$ étant le coefficient d'aberration sphérique du 3e ordre de l'objectif, r sa longueur focale, λ la longueur d'onde de la lumière utilisée.

3° Pour chaque valeur de l'aberration, nous connaissons le plan sur lequel s'effectue la mise au point, nous pouvons alors calculer l'efficacité pour un contraste déterminé. L'aberration étudiée sera tolérable si l'efficacité est égale à 1 ou très voisine de 1.

Les résultats sont les suivants : sauf pour les très faibles contrastes, les tolérances sont larges, même pour les petites pupilles voisines de la pupille optimum. Ce n'est que pour des contrastes faibles, de l'ordre de 0,03, que l'on doit imposer une limite sévère aux aberrations.

Nous avons trouvé qu'il ne faut pas dépasser une aberration caractérisée par $\lambda/16$ au meilleur foyer, si l'instrument doit être utilisé avec une pupille de sortie de 0,8 ou 0,9 mm. Dans ces conditions, même pour un contraste égal à 0,03, l'efficacité ne descendra pas au-dessous de 0,92.

Pour les plus grandes pupilles allant jusqu'à 4 mm et pour les faibles contrastes, il sera possible de tolérer une aberration caractérisée par $\lambda/4$ au meilleur foyer, sans toutefois dépasser cette valeur.

La règle donnée par Lord Rayleigh se rapporte au contraste 1 et à l'œil parfait, c'est-à-dire utilisé avec le diamètre pupillaire optimum. Nous obtenons donc ainsi, pour la vision de jour, une extension de cette dernière règle à un domaine de pupilles s'étendant jusqu'à des valeurs de 4 mm environ et pour toute la gamme des contrastes.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

Sommaire 5

PREMIÈRE PARTIE. — Rôle de la pupille dans la vision instrumentale 5

Chapitre I : Limite de séparation visuelle en fonction du diamètre pupillaire 5

Chapitre II : Variation de l'efficacité d'un instrument aberrant en fonction du diamètre de l'anneau oculaire 7

§ 1) Cas de l'œil parfait 7

§ 2) Cas de l'œil imparfait supposé sans aberration 8

§ 3) Etude expérimentale 10

DEUXIÈME PARTIE. — Etude de la mise au point visuelle dans un instrument entaché d'aberration sphérique 11

§ 1) Principe des calculs 13

§ 2) Répartition des intensités lumineuses dans les taches de diffraction. 14

§ 3) Intégration à la mire de Foucault 16

§ 4) Calcul de la limite de séparation théorique et de l'efficacité instrumentale. Application des résultats à la position du plan de mise au point 18

TROISIÈME PARTIE. — Recherche de la tolérance à l'égard de l'aberration sphérique 21

§ 1) Cas de l'œil parfait 21

§ 2) Cas de l'œil imparfait 28

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté :

Observation de la couronne solaire en dehors des éclipses.

Vu et approuvé :
Paris, le 2 mars 1945.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Paul MONTEL.

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
G. ROUSSY.

762. — Imp. Jouve et Cie, 15, rue Racine, Paris (N° 31.0939). — 4-48